

# ABSTRACT

## Incontro del progetto FIRB 2012 “Geometria Differenziale e Teoria Geometrica delle Funzioni”

23 - 25 ottobre 2013

Dipartimento di Matematica e Informatica “U. Dini”  
Università degli Studi di Firenze  
Viale Morgagni 67/A, I-50134 Firenze

**Daniele Angella.** *Relazioni coomologiche e modelli per varietà non-Kähleriane.*

Ad ogni struttura integrabile (e.g., complessa, simplettica, o complessa - generalizzata) su una varietà, sono associate varie coomologie, tra loro collegate e complementari. Ad esempio, le coomologie di Dolbeault, di Bott-Chern, e di Aeppli forniscono invarianti per lo studio della geometria complessa — in particolare, di varietà non-Kähleriane.

Lo scopo del seminario è introdurre e studiare le relazioni tra questi invarianti coomologici, anche fornendo modelli e strumenti per il calcolo esplicito su alcune classi di varietà.

I risultati di cui parleremo nascono dalla collaborazione con: A. Tomassini, H. Kasuya, F. A. Rossi, M. G. Franzini, e S. Calamai.

**Cinzia Bisi.** *Il gruppo degli automorfismi moderati della 3-fold quadrica affine di  $\mathbb{C}^4$  agisce su un complesso quadrato.*

In origine, l'idea di Gromov fu quella di studiare un Gruppo tramite la sua Azione su uno Spazio Metrico a “Curvatura Negativa”. Nello stesso spirito, si cerca di capire la struttura del Gruppo degli Automorfismi Moderati di  $SL_2(\mathbb{C}) \subseteq \mathbb{C}^4$  attraverso la sua azione su un complesso quadrato  $CAT(0)$ . Una delle prime applicazioni di tale azione è il seguente risultato non banale: ogni sottogruppo finito del gruppo degli automorfismi moderati di  $SL_2(\mathbb{C})$  è linearizzabile.

**Diego Conti.** *Varietà quaternionic contact e torsione intrinseca.*

Una struttura quaternionic contact su una varietà di dimensione  $4n + 3$  è una distribuzione di rango  $4n$  che soddisfa determinate condizioni; queste condizioni inducono una struttura quaternionica e una classe conforme di metriche

sulla distribuzione stessa. Per un risultato di Biquard, la scelta di una di queste metriche induce una connessione che preserva la struttura. Benché questa connessione sia unica, non è chiaro a priori in quale misura essa sia un oggetto canonico della geometria quaternionic contact. Tuttavia, è noto che il suo tensore di Ricci ha un significato geometrico.

In questo seminario illustrerò una costruzione alternativa a quella di Biquard, usando il linguaggio delle G-strutture. Mostrerò in particolare che il tensore di Ricci della connessione di Biquard si può interpretare in termini di torsione intrinseca.

**Anna Fino.** *Coomologie di solvarietà e di nilvarietà.*

Il calcolo della coomologia di de Rham e di Dolbeault per solvarietà e nilvarietà è un problema non ancora completamente compreso. Nel presente seminario verranno descritte alcune tecniche per il calcolo di queste coomologie. I risultati che verranno descritti sono stati ottenuti in collaborazione con Sergio Console e Hisashi Kasuya.

**Lorenzo Mazzieri.** *Flussi di Ricci localmente conformemente piatti.*

Nel seminario verrà discussa la classificazione dei flussi di Ricci localmente conformemente piatti, dimostrando che tali soluzioni sono tutte rotazionalmente simmetriche. Verranno poi illustrate le conseguenze di questo risultato per i solitoni di Ricci.

**Jasmin Raissy.** *Forme normali in dinamica olomorfa locale.*

Le forme normali si sono rivelate uno strumento molto importante in vari rami della matematica. Discuterò brevemente i problemi della linearizzabilità e della normalizzabilità di germi di biolomorfismi di  $\mathbb{C}^n$  con punto fisso isolato, iniziando dalla classica procedura di normalizzazione di Poincaré-Dulac, per arrivare al caso di biolomorfismi multi-risonanti, ossia tali che le risonanze fra gli autovalori del differenziale nel punto fisso siano generate su  $\mathbb{N}$  da un numero finito di multi-indici linearmente indipendenti. Darò condizioni ottimali per l'esistenza di bacini di attrazione, in cui è inoltre possibile definire una coordinata di Fatou, ottenendo inoltre una generalizzazione del Teorema del Fiore di Leau-Fatou, che fornisce la descrizione della dinamica in un intorno completo del punto fisso per germi 1-risonanti parabolicamente attrattivi in forma normale di Poincaré-Dulac. Tempo permettendo, illustrerò infine gli ultimi risultati ottenuti sui germi 2-risonanti. (Lavori in collaborazione con F. Bracci e D. Zaitsev, e con L. Vivas).

**Irene Sabadini.** *Alcuni spazi di funzioni slice regolari.*

Nel seminario verranno introdotti alcuni spazi di funzioni slice regolari quali gli spazi di Hardy sulla bolla unitaria e nel semispazio dei quaternioni con parte

reale positiva, gli spazi di Bergman del primo e del secondo tipo e lo spazio di Fock. Verranno poi discussi alcuni risultati nell'ambito di questi spazi.

**Andrea Santi.** *Sul gruppo degli automorfismi delle strutture di Poincaré estese.*

Sia  $V$  uno spazio vettoriale pseudo-Euclideo e  $S$  un modulo spin per  $\mathfrak{so}(V)$ . Una struttura di Poincaré estesa su una varietà  $M$  di  $\dim(M) = \dim(V) + \dim(S)$  è il dato di un sottofibrato  $\mathcal{D} \subset TM$  di  $\text{rank}(\mathcal{D}) = \dim(S)$  tale che la forma di Levi  $\mathcal{L}_x : \Lambda^2 \mathcal{D}_x \rightarrow T_x M / \mathcal{D}_x$  in ogni  $x \in M$  è identificabile con una mappa fissata non-degenere e  $\mathfrak{so}(V)$ -equivariante  $\mathcal{L} : \Lambda^2 S \rightarrow V$ .

Strutture geometriche analoghe possono essere definite su supervarietà ed appaiono naturalmente nelle teorie di supergravità (una generalizzazione della teoria usuale della gravità di Einstein).

Si mostrerà la classificazione delle varietà massimamente omogenee munite di una struttura di Poincaré estesa, in termini di prolungamenti massimali di algebre di Poincaré estese e di  $\mathbb{Z}$ -gradazioni appropriate di algebre di Lie semplici. Si presenterà anche l'analogo risultato per le supervarietà.

**Alberto Saracco.** *Il problema del bordo per varietà complesse illimitate.*

Sia  $M$  una sottovarietà liscia e orientata reale di dimensione  $2m + 1$  in una varietà complessa  $X$ . È naturale domandarsi se esse sia il bordo di una varietà analitica complessa di dimensione  $m + 1$ . Questo problema, detto "problema del bordo", è stato trattato ampiamente negli ultimi 55 anni, soprattutto per  $M$  compatta e  $X = \mathbb{C}^n$  o  $\mathbb{C}\mathbb{P}^n$ . Farò un survey dei risultati classici a partire dal teorema di Wermer e quelli di Harvey e Lawson, per poi arrivare a risultati più recenti, ottenuti da Della Sala, Mongodi e il sottoscritto. Tali ultimi lavori affrontano il problema del bordo quando  $M$  non è compatta e/o quando  $X$  è uno spazio di Hilbert complesso.

**Giulia Sarfatti.** *Ideali di funzioni slice regolari sui quaternioni.*

La teoria delle funzioni slice regolari di variabile quaternionica, introdotta da Gentili e Struppa nel 2006, pur presentando aspetti peculiari, ha molte analogie con quella delle funzioni olomorfe di una variabile complessa.

In questo seminario introdurremo la classe delle funzioni slice regolari richiamandone alcune caratteristiche fondamentali, come la natura degli zeri e dei poli. Vedremo poi che, come accade nel caso classico, per ogni intero positivo  $n$ , l'ideale generato da  $n$  funzioni slice regolari senza zeri comuni coincide con l'intero anello (non commutativo) delle funzioni slice regolari.

**Luigi Vezzoni.** *Metriche Hermitiane speciali.*

In questo seminario verranno presentati alcuni risultati recenti in geometria delle metriche bilanciate e delle metriche SKT e alcuni problemi aperti che

potrebbe essere fonte di interazione tra i membri delle varie unità. I risultati che verranno presentati sono stati ottenuti in collaborazione con A. Fino, L. Bedulli e H. Kasuya.

**Michela Zedda.** *Metriche bilanciate su varietà complesse noncompatte.*

In questo seminario descriviamo le problematiche relative alle metriche bilanciate definite da Donaldson, dando particolare importanza al caso di varietà complesse noncompatte. Come caso particolare illustriamo alcuni risultati ottenuti per la metrica Taub-NUT su  $\mathbb{C}^2$ , tratti da un lavoro in collaborazione con Andrea Loi e Fabio Zuddas.

**Daniele Zuddas.** *Fibrazioni di Lefschetz universali.*

In questo seminario presenteremo alcuni recenti risultati sulla topologia delle fibrazioni di Lefschetz nelle 4-varietà differenziabili. Le fibrazioni di Lefschetz universali sono definite in modo analogo ai fibrati universali classici. È noto che se la superficie di base ha bordo non vuoto, allora esistono fibrazioni di Lefschetz universali con fibra arbitraria. L'obiettivo del seminario è presentare una recente costruzione nel caso con base chiusa. I metodi utilizzati presumono una nozione più generale di fibrazione di Lefschetz sopra una varietà arbitraria.